【解答】

$\boxed{1}$　（１）$1\frac{1}{2}$（２）66(歳)（３）30(度)（４）90(g)

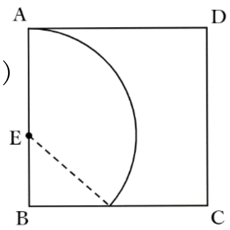
$\boxed{2}$　（１）6(通り)（２）16(通り)（３）30(通り)

$\boxed{3}$　（１）① 25(皿) ② 7.5(cm)（２）28(人)

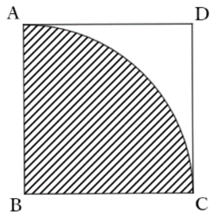
$\boxed{4}$　（１）① 8(通り) ② 16(通り) ③ 72(通り)(記述の解答例は，解説をご参照ください。)

（２）1296(通り)

$\boxed{5}$　（１）



図の弧の部分　（２）①



図の斜線部分（２）② 2.28(cm^2)

【配点】

$\boxed{1}$　各 6 点　　小計　24 点

$\boxed{2}$　各 6 点　　小計　18 点

$\boxed{3}$　各 6 点　　小計　18 点

$\boxed{4}$　（1)①・②各 5 点　その他各 6 点　小計　22 点

$\boxed{5}$　各 6 点　　小計　18 点

合計 100 点

【解説】

1 小問集合

（1）

$$\frac{5}{21}+3.75\times\left\{\left(\boxed{}-\frac{5}{7}\right)\div1.1+1\frac{2}{5}\right\}=8\frac{1}{6}$$

$$3.75\times\left\{\left(\boxed{}-\frac{5}{7}\right)\div1.1+1\frac{2}{5}\right\}=8\frac{1}{6}-\frac{5}{21}=\frac{111}{14}$$

$$\left(\boxed{}-\frac{5}{7}\right)\div1.1+1\frac{2}{5}=\frac{111}{14}\div3.75=\frac{111}{14}\times\frac{4}{15}=\frac{74}{35}$$

$$\left(\boxed{}-\frac{5}{7}\right)\div1.1=\frac{74}{35}-1\frac{2}{5}=\frac{5}{7}$$

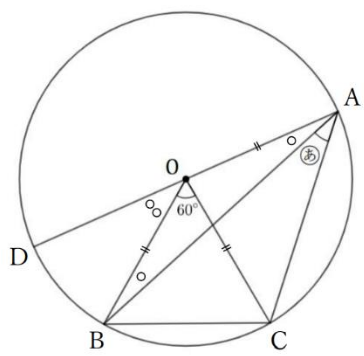
$$\boxed{}-\frac{5}{7}=\frac{5}{7}\times1.1=\frac{11}{14}$$

$$\boxed{}=\frac{11}{14}+\frac{5}{7}=\frac{21}{14}=\frac{3}{2}=\mathbf{1\frac{1}{2}}$$

（2）　今から3年前，祖母の年齢が花子さんの年齢の7倍ですから，3年前の祖母と花子さんの年齢をそれぞれ⑦歳，①歳とします。今の祖母，花子さんの年齢はそれぞれ⑦＋3歳，①＋3歳。今から2年後，花子さんは①＋5歳で，弟の年齢は花子さんの年齢の半分ですから，$\frac{①}{2}+\frac{5}{2}$歳。今から3年後，祖母，花子さん，弟の年齢はそれぞれ⑦＋6歳，①＋6，$\frac{①}{2}+\frac{7}{2}$歳。祖母の年齢は花子さんと弟の年齢の和の3倍なので，

⑦＋6＝3×(①＋6＋$\frac{①}{2}+\frac{7}{2}$)。したがって①＝9ですから，今の祖母の年齢は9×7＋3=**66(歳)**。

（3）　右の図のように点に記号をふりました。円の半径より，AO＝BO，AO＝COですから，三角形AOB，三角形AOCは二等辺三角形です。したがって，角OABの大きさと角OBAの大きさは等しく，角OACの大きさと角OCAの大きさも等しいです。角OABと角OBAの大きさを◯とすると，角BODの大きさは◯2つ分になります。また，角OACの大きさと角OCAの大きさの和は，角CODの大きさに等しいので，角OACの大きさは，◯1つ分と，60÷2＝30度の和です。したがって，角あの大きさは**30(度)**。



（4）　作る予定だった食塩水の濃さは，(100×0.02＋50×0.11)÷150＝0.05より5%。混ぜる量を逆にしてしまってできた食塩水には食塩が，50×0.02＋100×0.11＝12より12g入っています。これに水をアg加えた結果，濃さが5%になったとすると，食塩の量について，(100＋50＋ア)×0.05＝12が成り立ちます。

したがって，ア＝**90g**。

2　場合の数

（１）　問題文から，C＝1 とわかります。A，B が決まれば，残り D，E は自動的に決まります。（どちらが大きいかわかるため。）これは 4 つの中から 2 つを選ぶ組み合わせですから$\frac{4\times3}{2\times1}$＝**6(通り)。**

（２）　B（もしくはD）として，1，2，3 が考えられます。場合分けをして考えます。

(i) B＝3 のとき ABCDE

C には，4 か 5 が入る必要があります。C＝5 のとき，A＝4 が決まり，D＝1，E＝2 も決まります。したがって 1 通り。C＝4 のときも同様ですから，このときは 2 通り。

(ii) B＝2 のとき

C には，3，4，5 のいずれかが入る必要があります。C＝3 のとき，D＝1 が決まり，残り A，E の組として考えられるのは 2 通りあります。C＝4 のとき，D は 1 か 3 です。(a)D＝1 のとき，残り A，E の組として考えられるのは 2 通りあります。(b) D＝3 のときは，残り A，E のいずれにも 1 が適しません。したがってこのパターンはありません。C＝5 のときも同様です。まとめると，このときは 6 通りあります。

(iii) B＝1 のとき

A が決まれば，残りも自動的に 2 通りになります。（C と E の入れ替えを考える必要があります。）

A としては 4 通り考えられますから，4×2＝8 通り。

これらを合わせて，2＋6＋8＝**16(通り)**。

（３）　「わからない」ということは，(イ)と(ウ)の情報それぞれについての「正しい」か「誤っている」の組み合わせ，すなわち 2×2＝4 通り考えなければなりません。ただ，（１）・（２）で 2 通り調べていますから，ここでは「片方は正しく，片方は誤っている」2 通りを考えます。

すると，(イ)が正しく(ウ)が誤っている場合は D＝1 が決まり，E が何か決まれば，残る A～C は自動的に決まります。つまり 4 通り。(ウ)が正しく(イ)が誤っている場合も同様で，4 通り。

したがって答えは 6＋16＋4＋4＝**30(通り)**。

3　文章題

（１）

①　2 分あたりに，⑤皿のお皿が調理場から出て，②皿のお皿が調理場に戻っていくとすると，客は 2 分あたりに③皿のペースでお皿を取ることになります。（次のような状況に似ています：水で満たされた水槽に，2 分あたり⑤L の水を入れ，②L の水を排水します。このとき，2 分あたり③L の水が水槽からあふれます。）30 人の客が 2 分に 1 皿取りますから，全体で 2 分あたり 30 皿を取ります。したがって③＝30 ですから，⑤＝50。お皿は一定時間おきに調理場から出てくるので，毎分 **25(皿)**。

② **図2**より，レーンが 15＋3＝18cm 進むごとにお皿が 1 皿出てくるので，25 皿出てくるためにはレーンが 18×25＝450cm 進む必要があります。①より，毎分 25 皿出てくるので，レーンは毎分 450cm 進むことになります。したがってレーンの速さは秒速**7.5cm**。

（2）

レーンが誤作動を起こしている間，お皿とお皿の間隔は通常通りに保たれていたことから，2 分あたり 50÷2＝25 皿が調理場から出ていたことがわかります。10 人の客が帰ってしまった後の客の人数を□人とし，2 分あたり①皿が調理場に戻っていったとすると，25＝□＋①が成り立ちます。レーンが通常の速さに戻ったとき，調理場から出ていくお皿は 2 分あたり 50 皿，客の人数は□＋4 人であり，2 分あたり④皿が調理場に戻るので，50＝□＋4＋④が成り立ちます。上の 2 式より，50－25＝(□＋①)－(□＋4＋④)ですから，③＝21。したがって，①＝7 ですから，□＝18。はじめにいた客の人数は 18＋10＝**28(人)**。

4 場合の数

（1）

① 先攻は 1×2 の長方形にすることしかできません。(1×2 は，縦×横または横×縦が 1×2 であるという意味で使っています。以下も同様です。)2×2 の正方形を 1×2 の長方形にする塗りつぶし方は 4 通り。次に，後攻は 1×2 を 1×1 にして勝ちます。(つまり，2×2 から始めたとき，必ず後攻が勝ちます。)1×2 を 1×1 にする塗りつぶし方は 2 通り。したがって，後攻が必ず勝つような 2 人の塗りつぶし方は 4×2＝**8(通り)**。

② ①より，2×2 から始めたときは後攻必勝であることがわかりました。つまり，2×2 の正方形にした状態で相手に渡すことができれば必ず勝ちます。したがって 2×3 のとき，先攻は 2×2 を作れば必ず勝ちます。2×3 を 2×2 にする塗りつぶし方は 2 通り。2×2 になったあとの，先攻が必ず勝つような 2 人の塗りつぶし方は①より 8 通り。したがって，2×8＝**16(通り)**。

③ 場合分けをして考えます。

(i)先攻が 3×3 を 1×3 にするとき

3×3 を 1×3 にする塗りつぶし方は 4 通り。そのうえで，後攻が 1×3 を 1×1 にする塗りつぶし方は 2 通り。よって 4×2＝8(通り)。

(ii)先攻が 3×3 を 2×3 にするとき

2×3 が後攻の手に渡るので，②より後攻に必勝法があります。3×3 を 2×3 にする塗りつぶし方は 4 通り。2×3 になったあとの，後攻が必ず勝つような 2 人の塗りつぶし方は②より 16 通り。
よって 4×16＝64(通り)。

(i)(ii)合わせて，8＋64＝**72(通り)**。

【記述の解答例】

上記の解説に，1×１の表記（この解説では①の際に断っています）を最初に断れば，解答例になります。

（２）　（１)から，正方形の状態にして相手に渡し続ければ必ず勝てるということがわかります。(正方形から始めた場合は後攻に，正方形以外から始めた場合は先攻に必勝法があるということです。)なぜなら，4×4 から始めた場合は先攻が 1×4，2×4，3×4 のいずれかにします。後攻はそれに応じてそれぞれ 1×1，2×2，3×3 の正方形を作ることができるので，後攻に必勝法があるということになります。4×4 よりも大きい正方形についても同じことがいえるので，正方形から始めた場合は後攻に必勝法があるといえます。正方形以外の長方形から始めた場合は，先攻がまず長方形を正方形にすることができるので，相手に正方形を渡し続けることができます。したがって，正方形以外から始めた場合は先攻に必勝法があるといえます。

これを用いて 4×7 の場合について考えます。先攻が後攻に正方形を渡し続ければ必ず勝てるので，まず 4×7 を 4×4 にします。その塗りつぶし方は 2 通り。後攻は 4×4 を 1×4，2×4，3×4 のいずれかにしますから，これについて場合分けします。

(i)後攻が 1×4 にするとき

この塗りつぶし方は 4 通り。次に先攻が 1×1 にしますが，この塗りつぶし方は 2 通り。

よって 4×2＝8(通り)。

(ii)後攻が 2×4 にするとき

この塗りつぶし方は 4 通り。次に先攻が 2×2 にしますが，この塗りつぶし方は 2 通り。その後は（１)①より 8 通り。よって 4×2×8＝64(通り)。

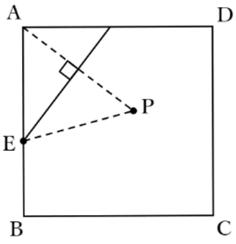
(iii)後攻が 3×4 にするとき

この塗りつぶし方は 4 通り。次に先攻が 3×3 にしますが，この塗りつぶし方は 2 通り。その後は（１)③より 72 通り。よって，4×2×72＝576(通り)。

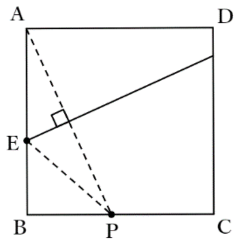
(i)(ii)(iii)合わせて，648 通り。最後にこれに初手の 2 通りをかけて **1296 通り**。

5　平面図形

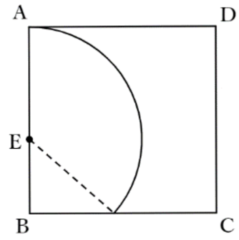
（１）　E を通る折り目の線は，次ページ**図ア**，**イ**のように AD または CD と交わります（BC と交わることはありません）。いずれの場合も AE＝PE ですから，P は E を中心とする半径 AE の弧をえがきます。したがって，P の位置として考えられるのは次ページ**図ウ**の弧の部分になります。



図ア



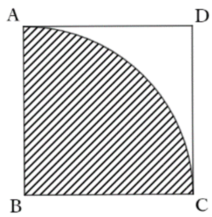
図イ



図ウ

（2）

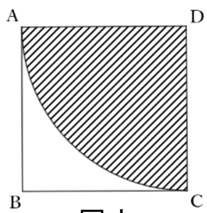
① **図ウ**において，E を A から B まで動かすと，弧の半径 AE は大きくなっていきます。半径が最大になるのは E が B と一致するときです。したがって，折り目の線が AB と交わるとき，P の位置は**図エ**の斜線部分になります。（逆に，**図エ**の斜線部分のどこに P をとっても，AE＝PE となる E を AB 上にとることができ，折り目の線はこの点 E で辺 AB と交わります。）



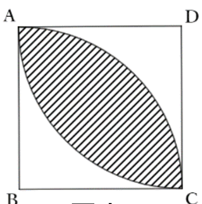
図エ

② 折り目の線が AD に交わるとき，P の位置は**図オ**の斜線部分になります（中心 D，半径 AD の円）。折り目の線が AB と AD に交わるときに考えられる点 P の位置は，**図エ**，**オ**の斜線部分の共通部分ですから，**図カ**のようになります。正方形の一辺の長さが 2cm ですから，この斜線部分の面積は

$(2\times2\times3.14\div4-2\times2\div2)\times2=$**2.28 cm^2**。



図オ



図カ